

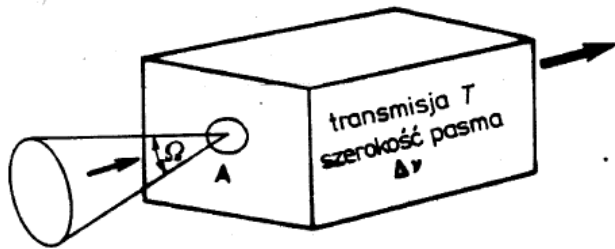
Wykład VI

Podstawowe właściwości aparatury spektroskopowej

- Świetlność przyrządu
- Charakterystyka widmowa
- Widmowa zdolność rozdzielcza - $\lambda/d\lambda$
- Przedział dyspersji – zakres długości fal $d\lambda$ w którym długość fali może być jednoznacznie wyznaczona na podstawie położenia $x(\lambda)$.

Światłość

Załóżmy, że źródło światła o luminancji widmowej L_λ oświetla spektrometr który posiada szczelinę wejściową o powierzchni A . Jeśli spektrometr zbiera strumień światła z kąta bryłowego Ω wówczas strumień przenoszony przez spektrometr dany jest wzorem:



$$\Phi(\lambda)d\lambda = L_\lambda A \Omega T(\lambda) d\lambda$$

$A\Omega$ - wydajność świetlna spektrometru.

- W spektrometrach pryzmatycznych kąt bryłowy jest równy:

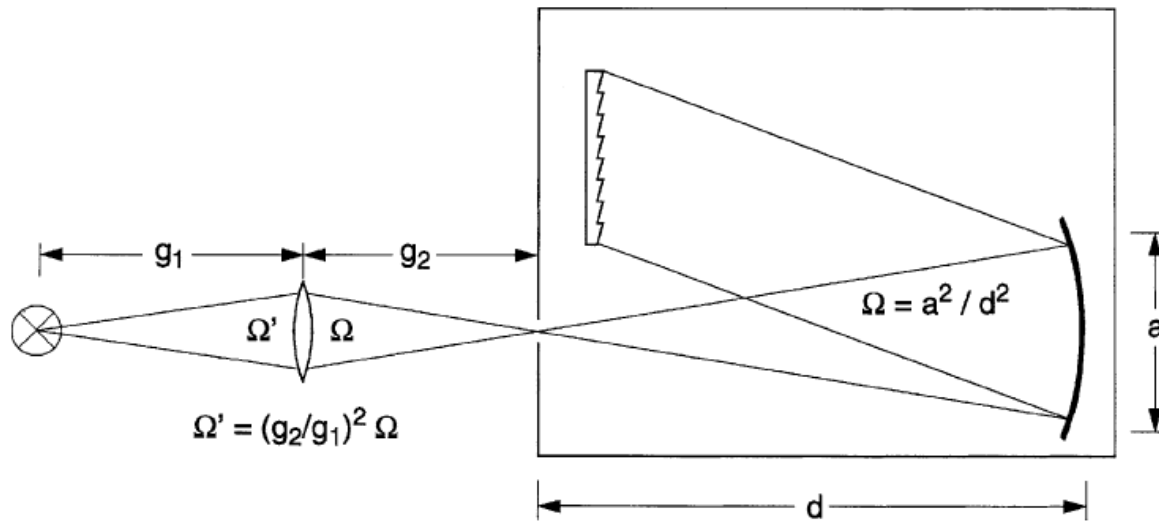
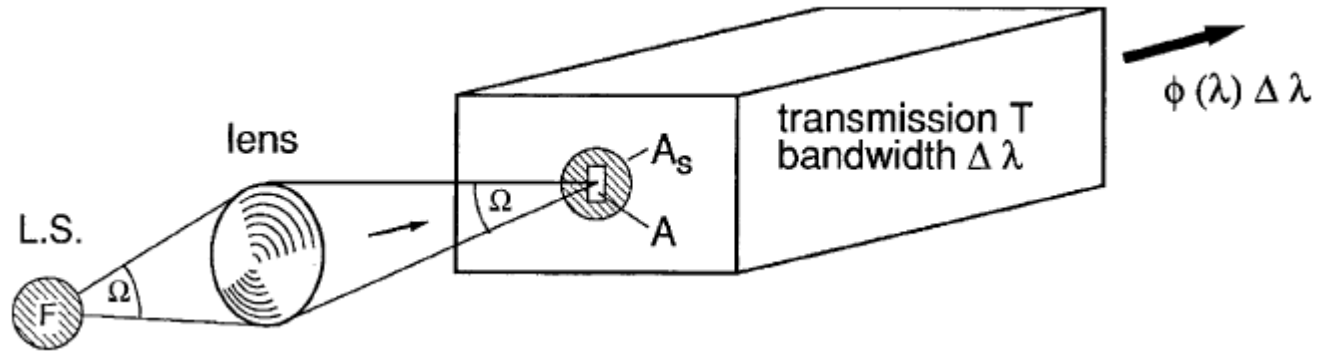
$$\Omega = \frac{ha}{f^2}$$

gdzie h jest wysokością pryzmatu zaś a – jego szerokością efektywną

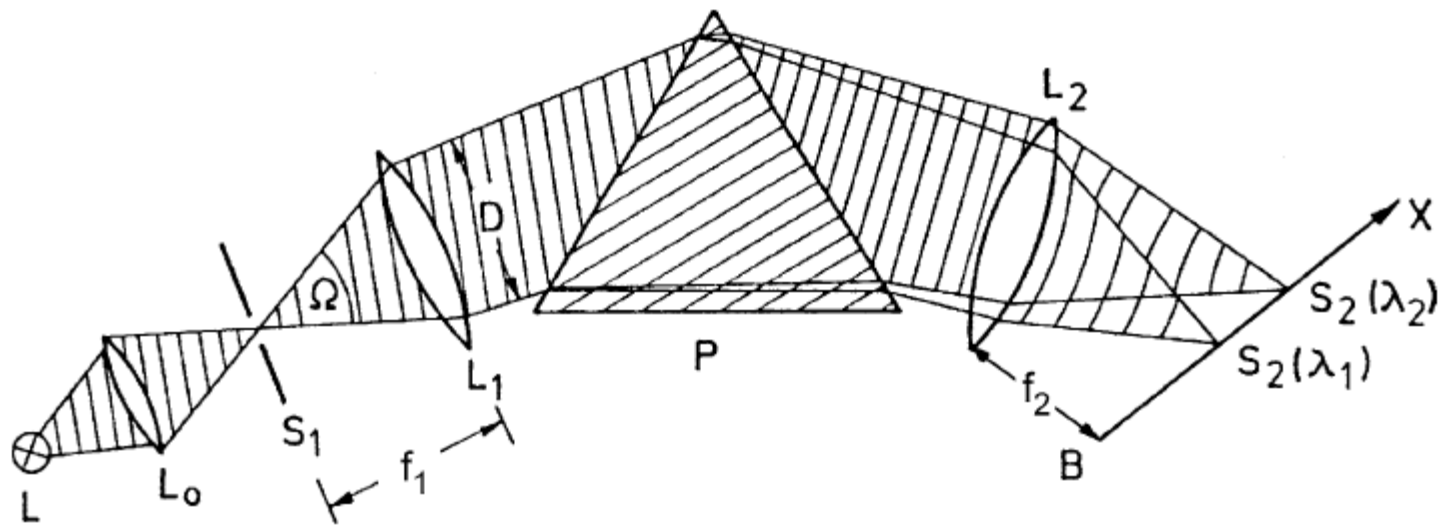
- W spektrometrach siatkowych kąt bryłowy jest równy:

$$\Omega = \frac{a^2}{d^2}$$

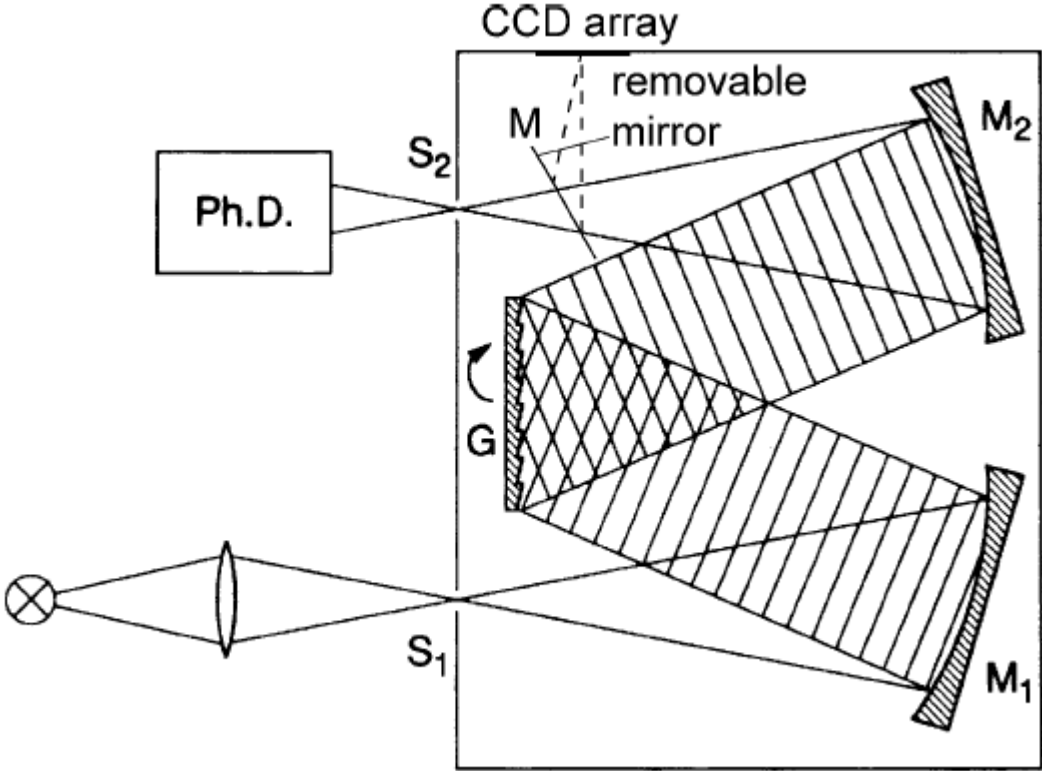
Wydajność świetlna spektrometru



Spektrometr przyzmatyczny

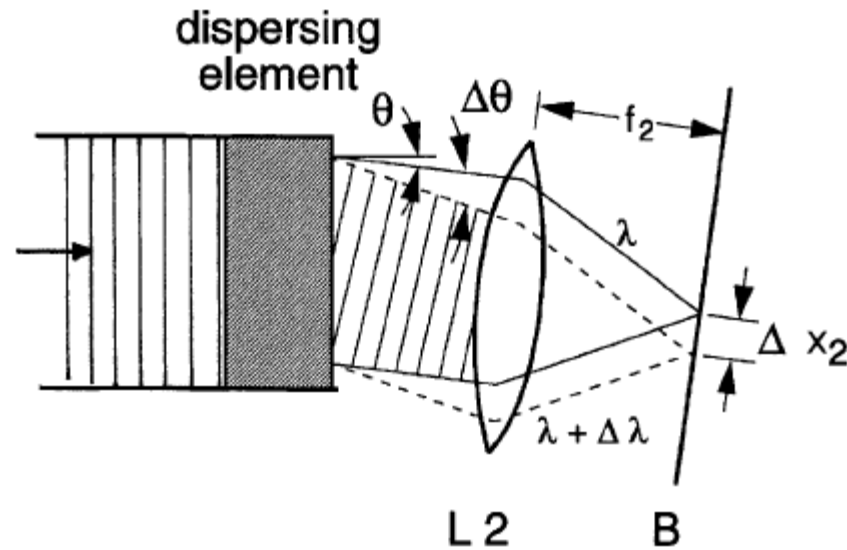


Spektrometr siatkowy



Dyspersja kąтова

Rozważmy równoległą wiązkę światła składającą się z dwóch fal monochromatycznych o długościach λ i $\Delta\lambda$, która pada na element dyspersyjny

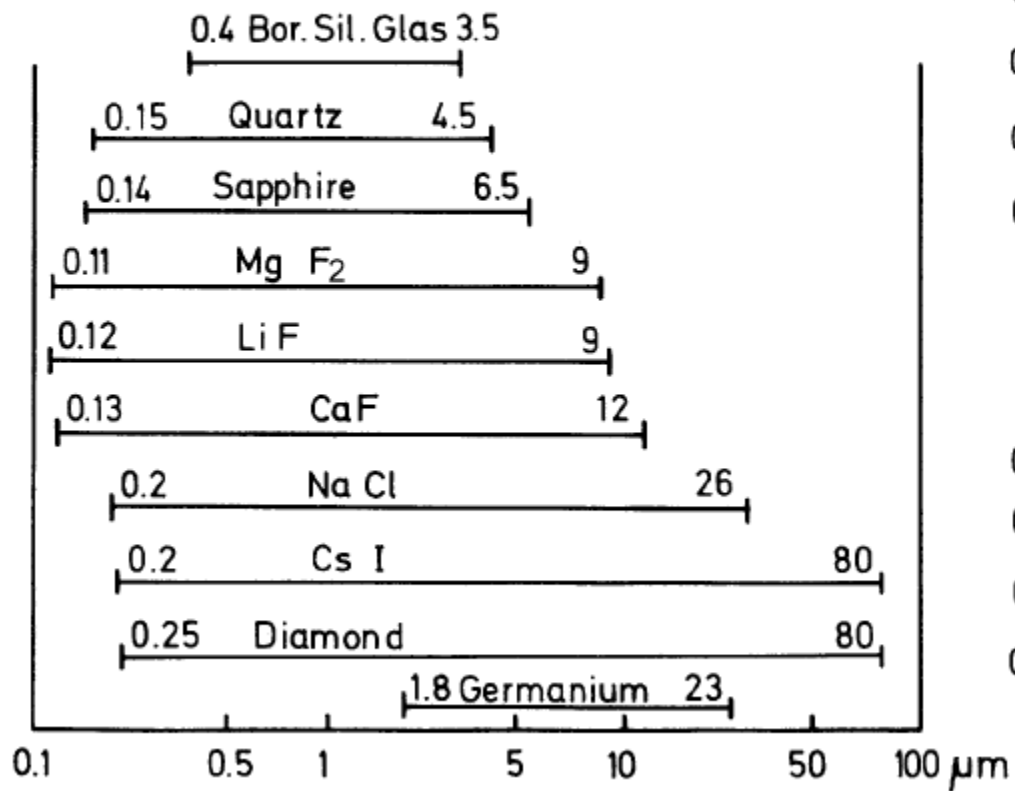


$$\Delta x_2 = f_2 \Delta\theta = f_2 \frac{d\theta}{d\lambda} \Delta\lambda = \frac{dx}{d\lambda} \Delta\lambda$$

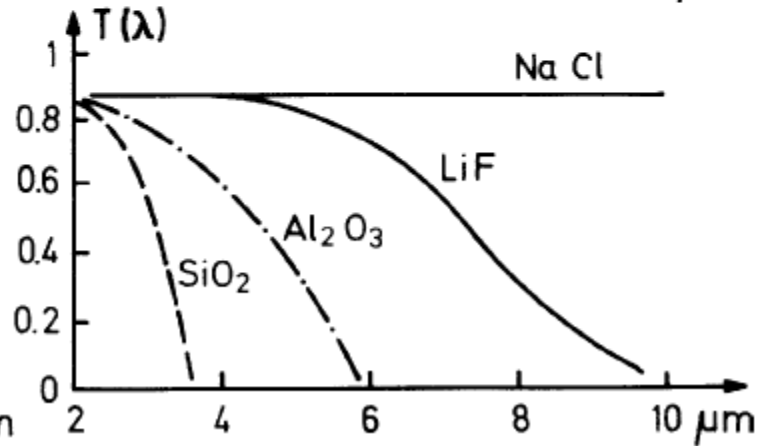
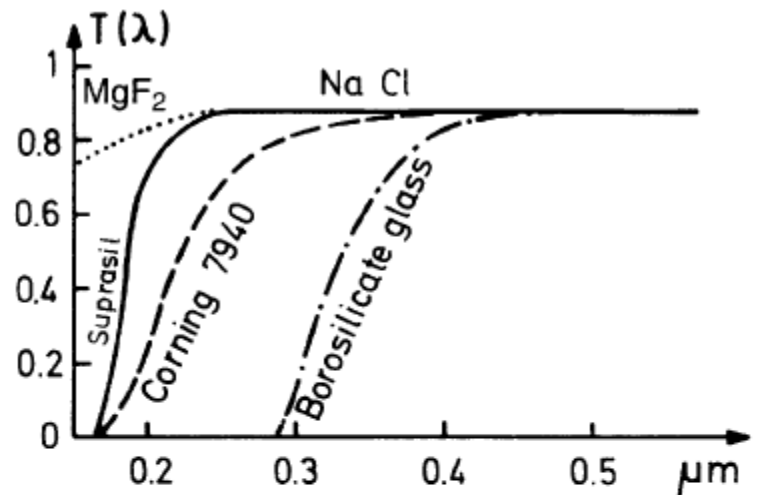
$\frac{d\theta}{d\lambda}$ - dyspersja kąтова

$\frac{dx}{d\lambda}$ - dyspersja liniowa

Transmisija

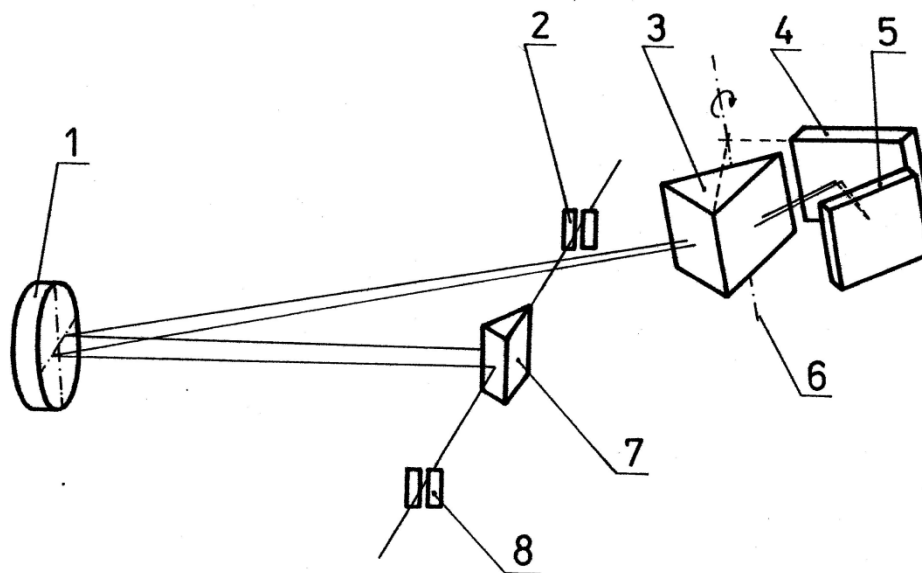


a)



b)

Bieg promieni w monochromatorze SPM-2



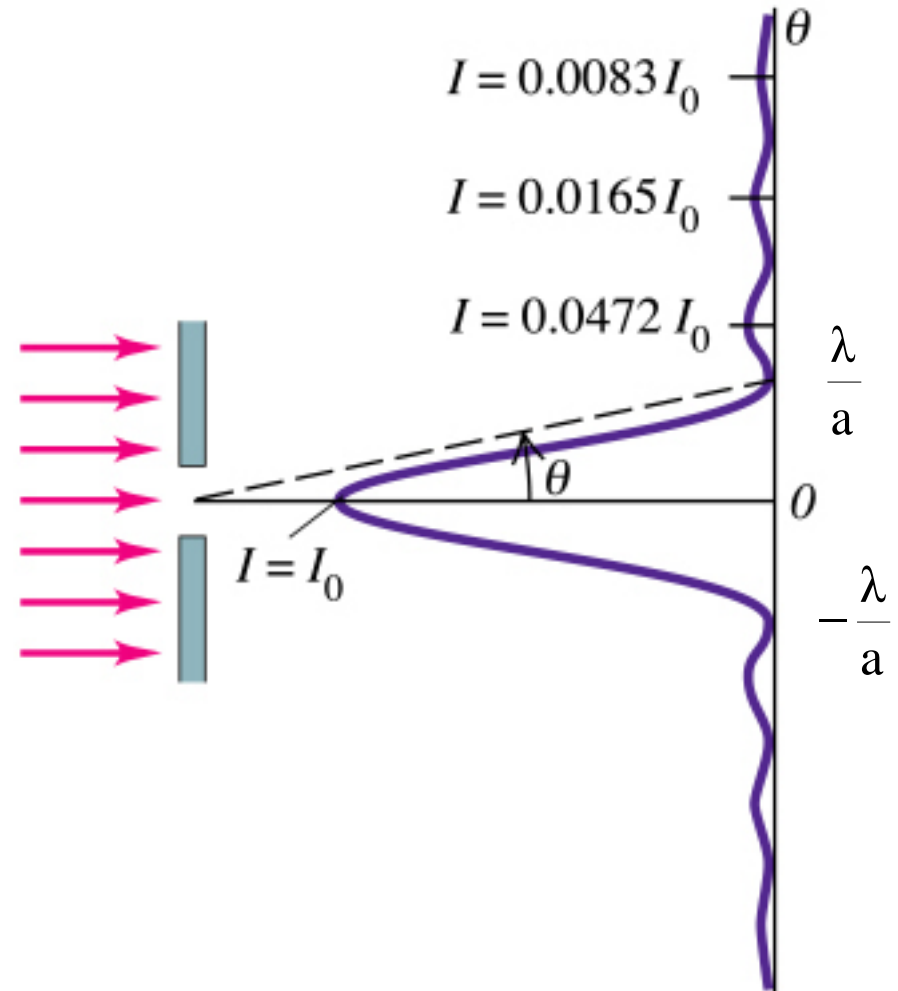
Dyfrakcja na pojedynczej szczelinie

$$I = I_{\max} \cdot \left(\frac{\sin((\pi a \sin \theta) / \lambda)}{(\pi a \sin \theta) / \lambda} \right)^2$$

Warunek na minima:

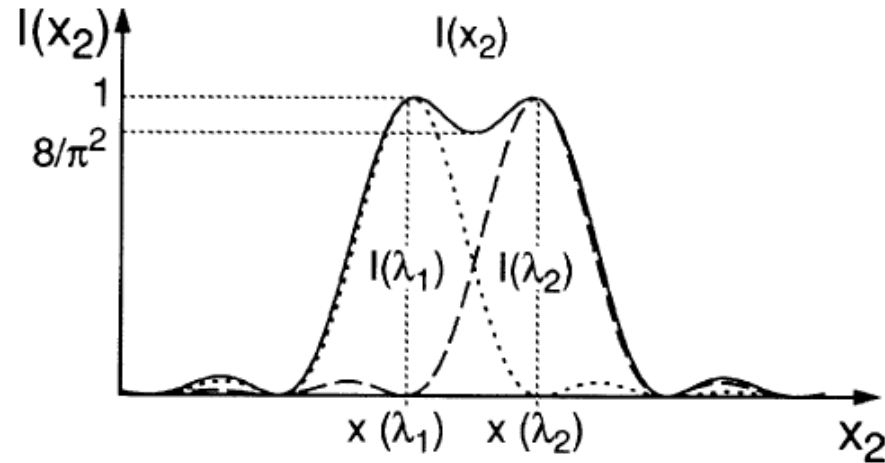
$$\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} = n\pi$$

$$\sin \theta = \frac{n\lambda}{a}$$



(a)

Kryterium Rayleigha



Kryterium Rayleigha:

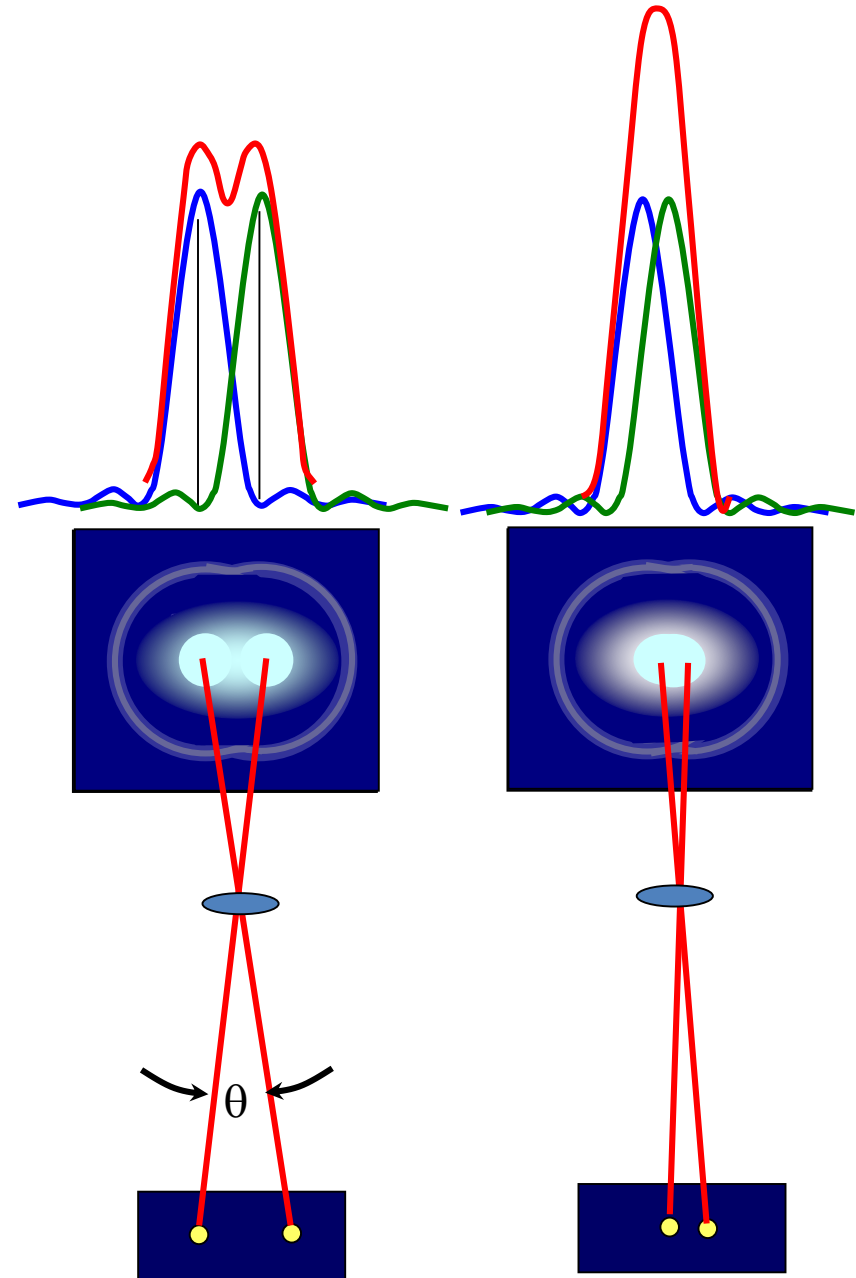
Dwie linie widmowe są rozróżnialne, jeśli minimum wynikające z ich nałożenia się nie przekracza ok. 80% wartości maksymalnej

Kryterium Rayleigh'a

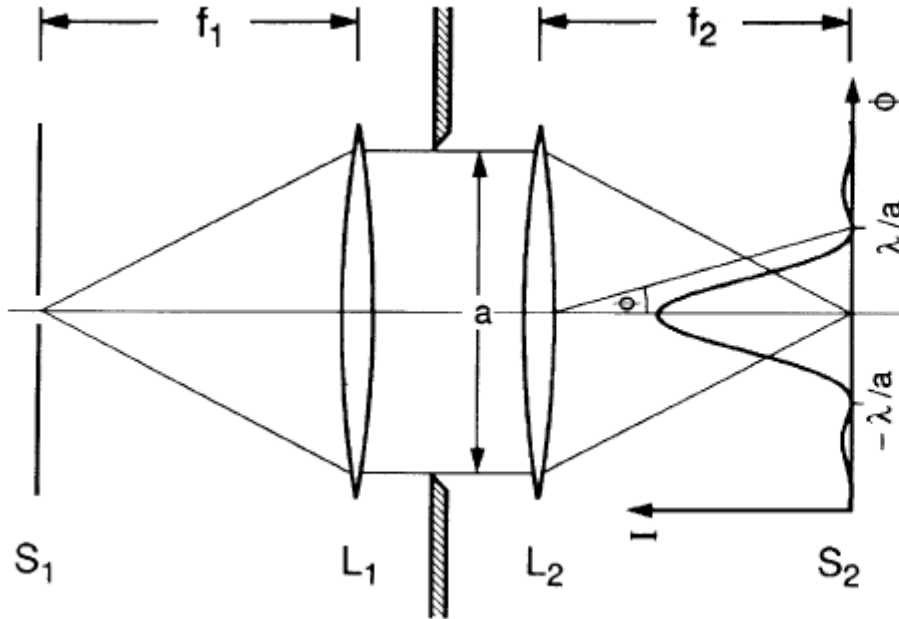
Jeśli położenie centralnego maksimum jednego obrazu dyfrakcyjnego przypada na położenie pierwszego minimum drugiego obrazu, to obrazy te są rozróżnialne.

Dla apertury kołowej:

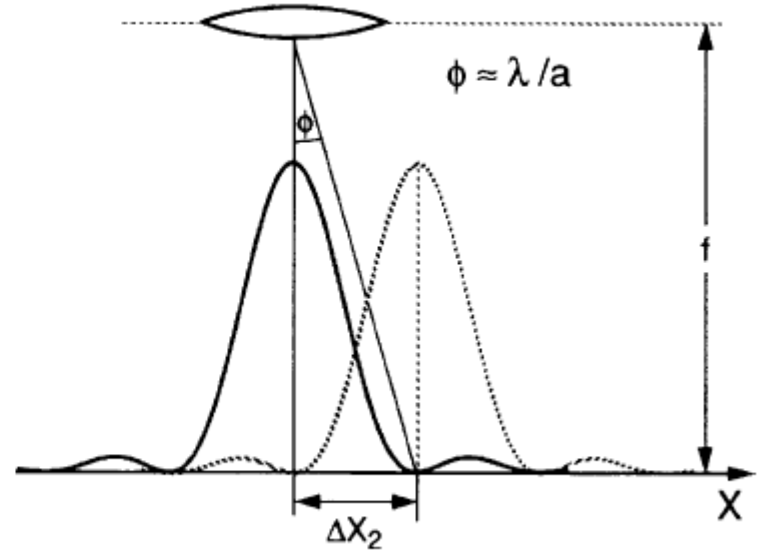
$$\theta_{\min} = 1.22 \cdot \frac{\lambda}{D}$$



Dyfrakcja na aperturze



Dyfrakcja w spektrometrze na aperturze a

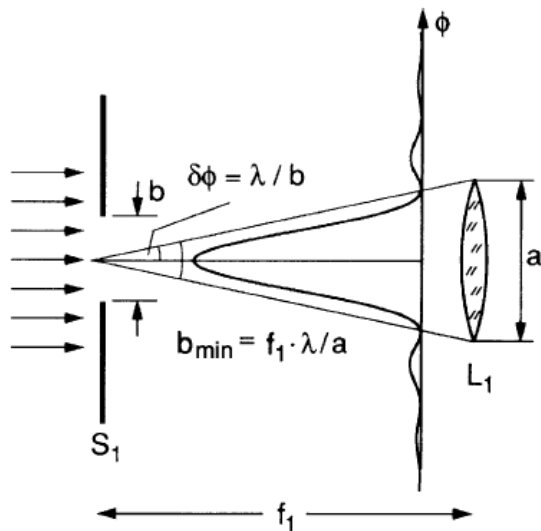


Ograniczenie zdolności rozdzielczej przez dyfrakcję na aperturze a .

$$\Delta x_2 \geq \frac{\lambda}{a}$$

Uwaga: zdolność rozdzielcza nie jest ograniczona przez dyfrakcję na szczeliny wejściowej, ale na aperturze a , określonej przez rozmiar pryzmatu czy siatki.

Dyfrakcja na szczelinie wejściowej



Szczelina wejściowa o szerokości b tworzy obraz typu Fraunhofera. Środkowe maksimum dyfrakcyjne jest zawarte w kącie $\delta\phi = \lambda/b$ i mieści się całkowicie w aperturze a jeśli jest spełniony warunek:

$$\delta\phi = \pm \frac{\lambda}{b} \leq \frac{a}{f_1},$$

gdzie $\frac{a}{f_1}$ jest kątem wejściowym spektrometru

Minimalna szerokość szczeliny wejściowej przy której całe promieniowanie wchodzące do spektrometru zostanie przepuszczone:

$$b_{min} \geq \frac{2\lambda f_1}{a} = \frac{2\lambda f}{a}$$

Zdolność rozdzielcza ograniczona aperturą i szczeliną

Obraz szczeliny wejściowej o szerokości b_{min} $\Delta x_2' = \frac{f_2}{f_1} b_{min}$

Jeśli $f_1 = f_2 = f$ $\Delta x_2' = \frac{2\lambda f}{a}$

W sumie dyfrakcja na aperturze a i na szczelinie wejściowej daje odległość między środkami obu obrazów szczeliny:

$$\Delta x_{2c} = \Delta x_2 + \Delta x_2' = \frac{\lambda}{a} + \frac{2\lambda f}{a} = \frac{3\lambda f}{a}$$

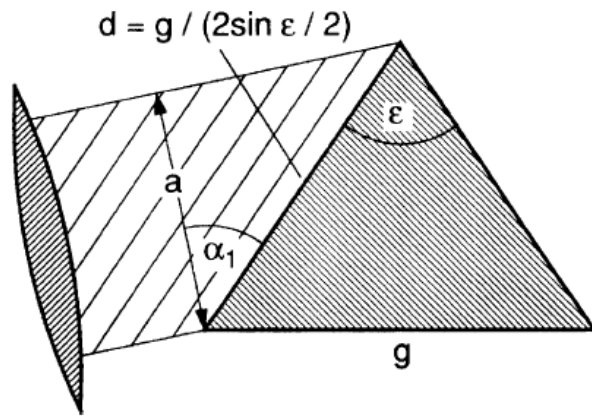
Zdolność rozdzielcza spektrometru pryzmatycznego:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{\lambda dx}{\Delta x_2 d\lambda} = \frac{adx}{3fd\lambda} = \frac{afd\theta}{3fd\lambda} = \frac{ad\theta}{3d\lambda}$$

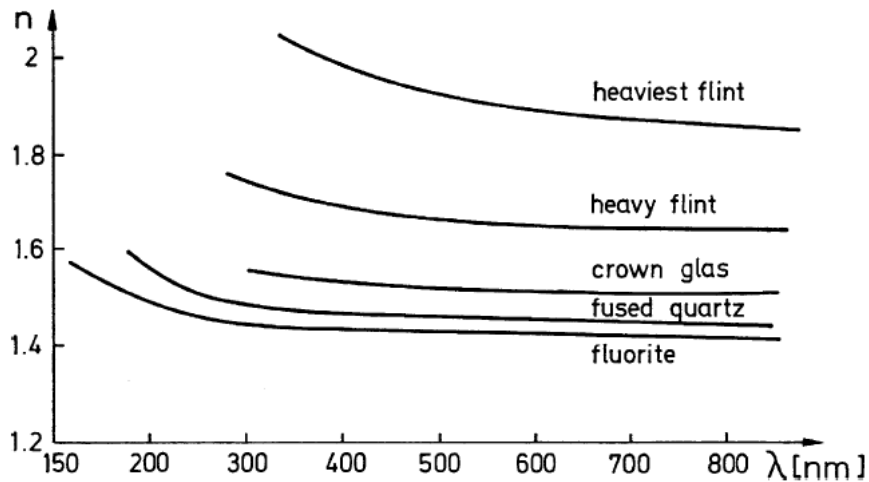
$$(\Delta x_{2c} = \frac{dx}{d\lambda} \Delta\lambda)$$

Spektrometr przyzmatyczny

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{\lambda dx}{\Delta x_2 d\lambda} = \frac{adx}{3fd\lambda} = \frac{afd\theta}{3fd\lambda} = \frac{ad\theta}{3d\lambda}$$



$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{2 \sin(\epsilon/2)}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2(\epsilon/2)}} \frac{dn}{d\lambda}$$

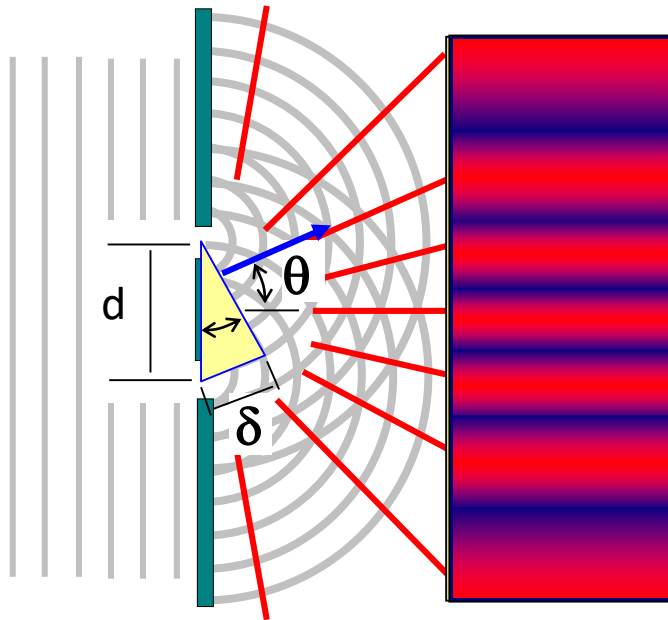


$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \leq \frac{1}{3} g \left(\frac{dn}{d\lambda} \right)$$

Spektrometr pryzmatyczny

Material	Useful spectral range [μm]	Refractive index n	Dispersion $-dn/d\lambda[\text{nm}^{-1}]$		
Glass (BK7)	0.35–3.5	1.516	4.6×10^{-5}	at	589 nm
		1.53	1.1×10^{-4}	at	400 nm
Heavy flint	0.4–2	1.755	1.4×10^{-4}	at	589 nm
		1.81	4.4×10^{-4}	at	400 nm
Fused quartz	0.15–4.5	1.458	3.4×10^{-5}	at	589 nm
		1.470	1.1×10^{-4}	at	400 nm
NaCl	0.2–26	1.79	6.3×10^{-3}	at	200 nm
		1.38	1.7×10^{-5}	at	20 μm
LiF	0.12–9	1.44	6.6×10^{-4}	at	200 nm
		1.09	8.6×10^{-5}	at	10 μm

Interferencja – doświadczenie Younga



a) Interferencja konstruktywna

$$d \sin \theta = m\lambda$$

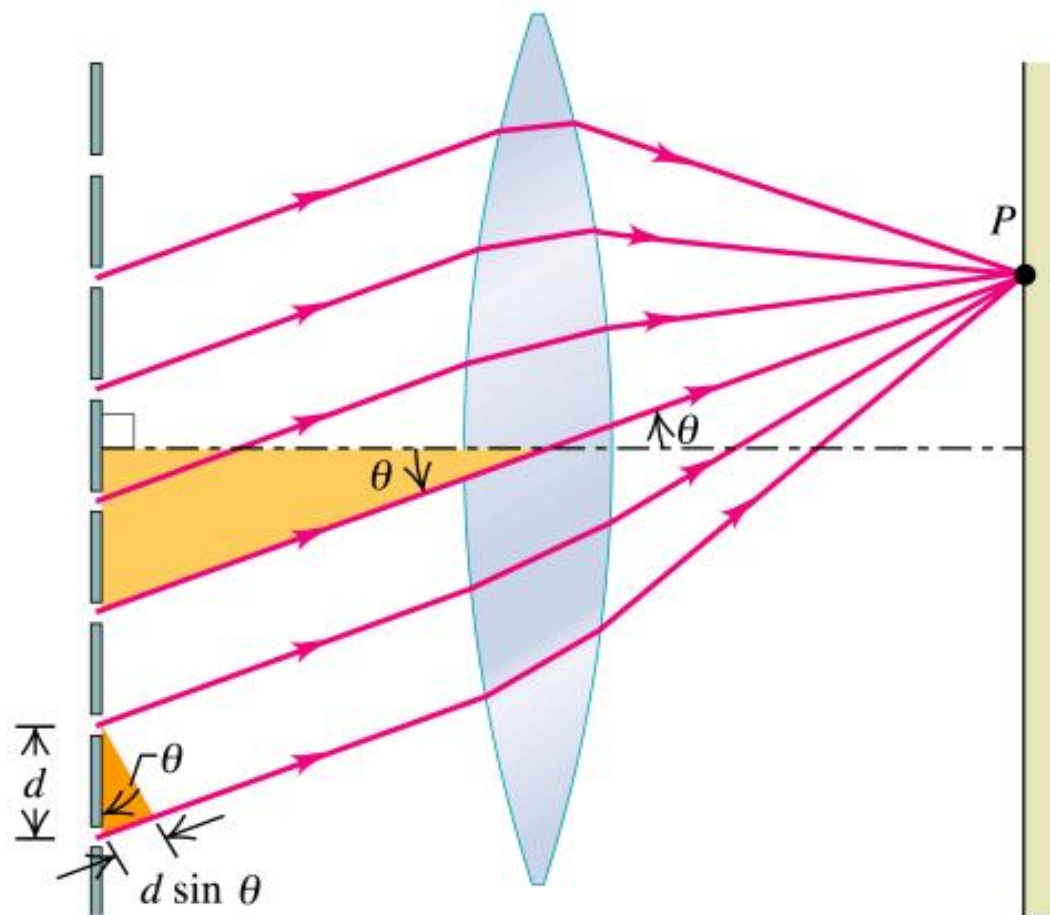
$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

b) Interferencja destruktywna

$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Wiele szczelin – siatka dyfrakcyjna



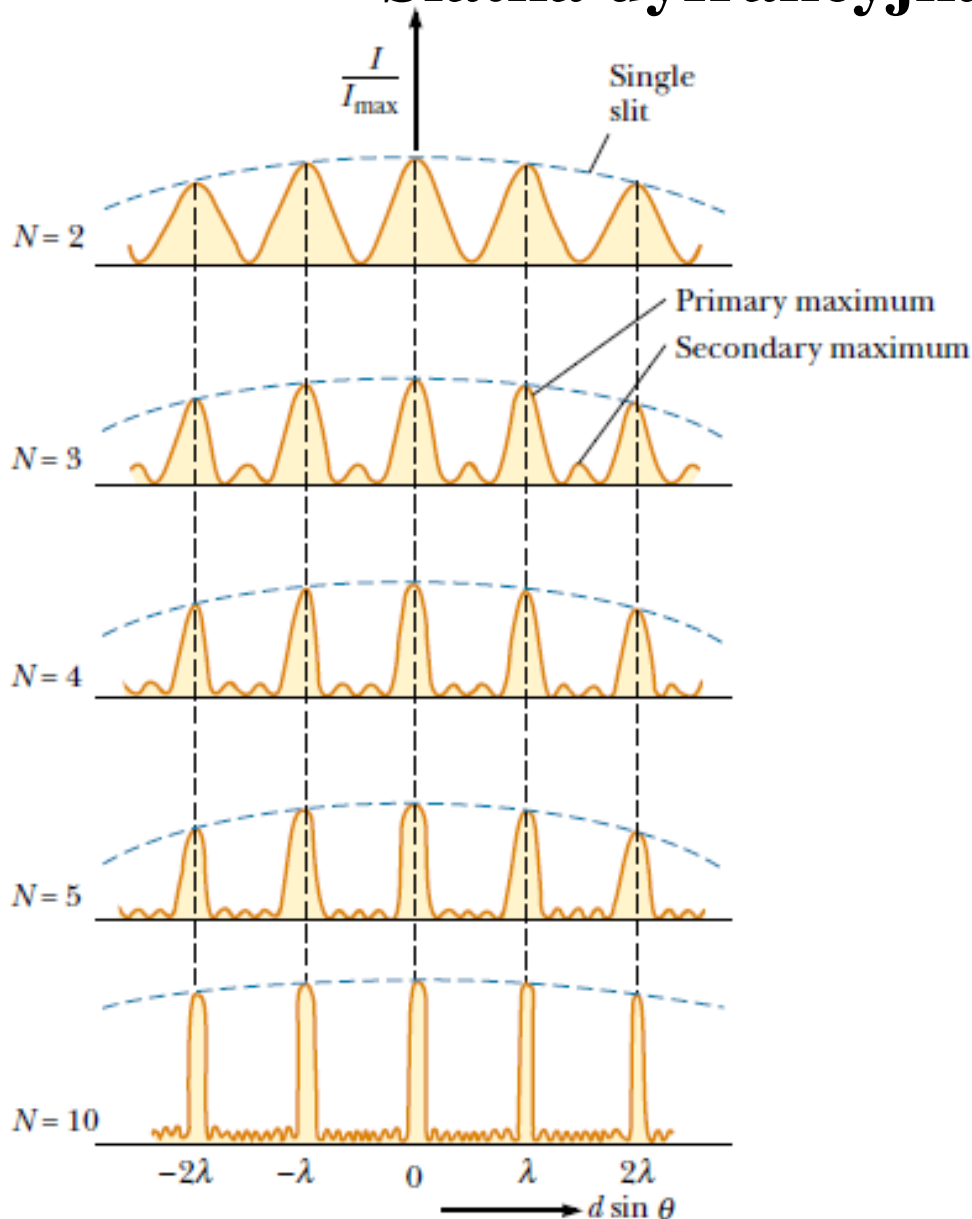
Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

Maksima

$$d \sin \theta = n \lambda$$

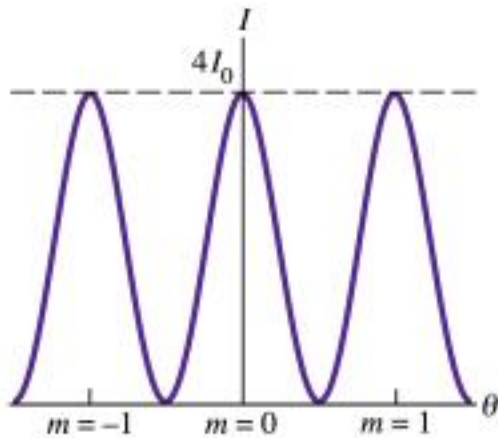
**d – odległość
między
szczelinami**

Siatka dyfrakcyjna

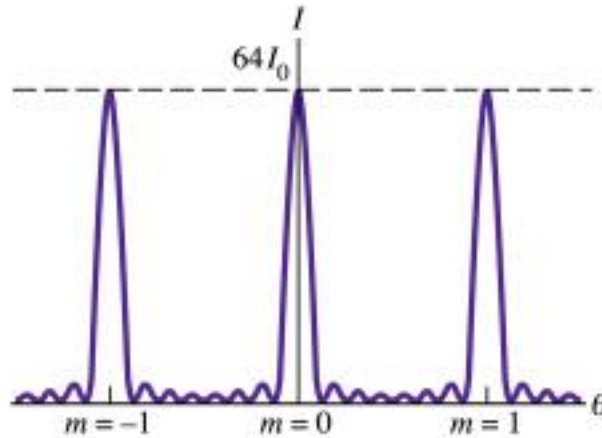


**Rozkład natężeń
w widmie
interferencyjnym
w funkcji
ilości szczelin N ;
linia przerywana –
wynik zjawiska dyfrakcji**

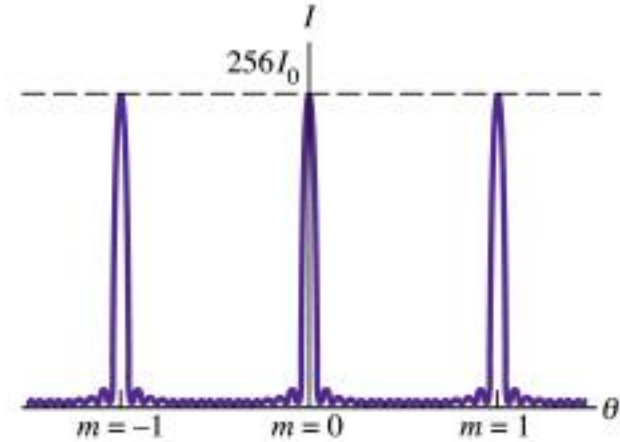
Siatka dyfrakcyjna



(a) $N=2$



(b) $N=8$



(c) $N=16$

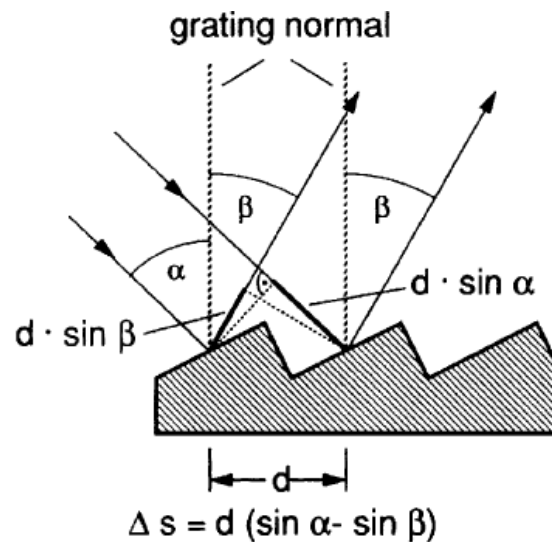
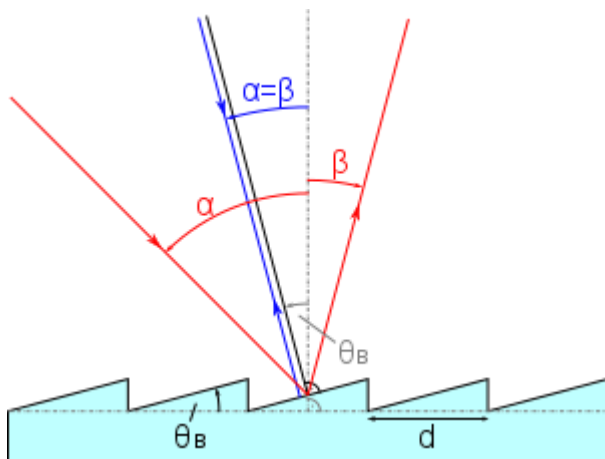
Copyright © Addison Wesley Longman, Inc.

$$d \sin \theta = n \lambda$$

$$0.38 \mu\text{m} < \lambda_{\text{widzialne}} < 0.76 \mu\text{m}$$

$$\lambda_f < \lambda_{\text{cz}} \quad \Rightarrow \quad \theta_f < \theta_{\text{cz}}$$

Siatka odbiciowa



Równanie siatki dyfrakcyjnej: $d(\sin \alpha \pm \sin \beta) = m\lambda$

d - odległość między liniami, θ_B - kąt „blazowania”, α - kąt padania, β - kąt ugięcia, m - rząd dyfrakcji, λ - długość fali światła padającego na siatkę

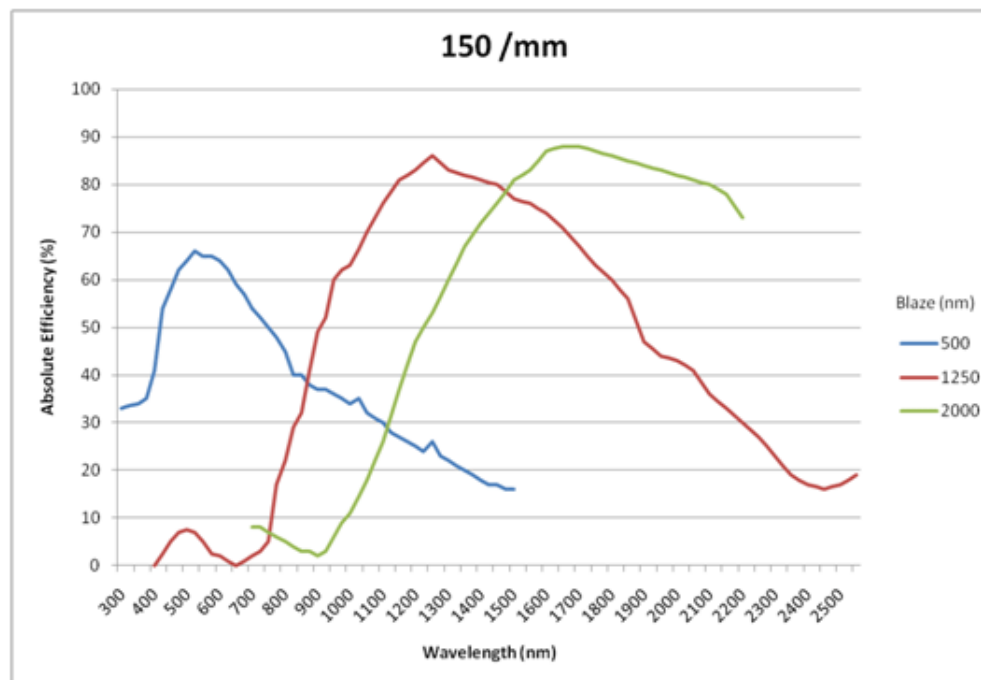
Optymalny $R(\theta, \beta)$ $\alpha - \theta_B = \beta + \theta_B$ $\theta_B = (\alpha - \beta)/2$

$$m\lambda = 2d \sin \theta_B,$$

Siatka dyfrakcyjna

Dla $m = 1$ warunek Littrowa: $\lambda_B = 2d \sin \theta_B$

Ta sama siatka może być blazowana na różną długość fali, w zależności od wybranego kąta θ_B



Rozdzielczość siatki dyfrakcyjnej

Rozważmy zdolność rozdzielczą kierując się kryterium Rayleigha.

Położenie środka m -tego maksimum dla długości fali $\lambda + \Delta\lambda$, opisuje wzór:

$$d \sin \varphi_{\max} = m (\lambda + \Delta\lambda)$$

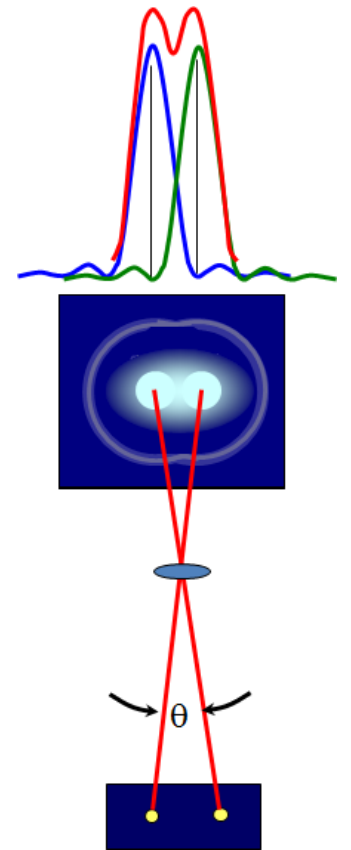
Minima dla długości fali λ występują przy warunku:

$$d \sin \varphi_{\min} = \left(m \pm \frac{1}{N}\right) \lambda$$

Środek maksimum dla $\lambda + \Delta\lambda$ pokrywa się z minimum dla λ gdy jest spełniony np. taki warunek:

$$m (\lambda + \Delta\lambda) = \left(m \pm \frac{1}{N}\right) \lambda \quad \Rightarrow \quad m \Delta\lambda = \frac{\lambda}{N}$$

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN$$



$$\theta_{\min} = 1.22 \cdot \frac{\lambda}{D}$$

Przedział dyspersji

- **Spektrometr pryzmatyczny**

Przedział dyspersji pokrywa się z całym zakresem dyspersji normalnej materiału z jakiego wykonany jest pryzmat.

- **Spektrometr siatkowy**

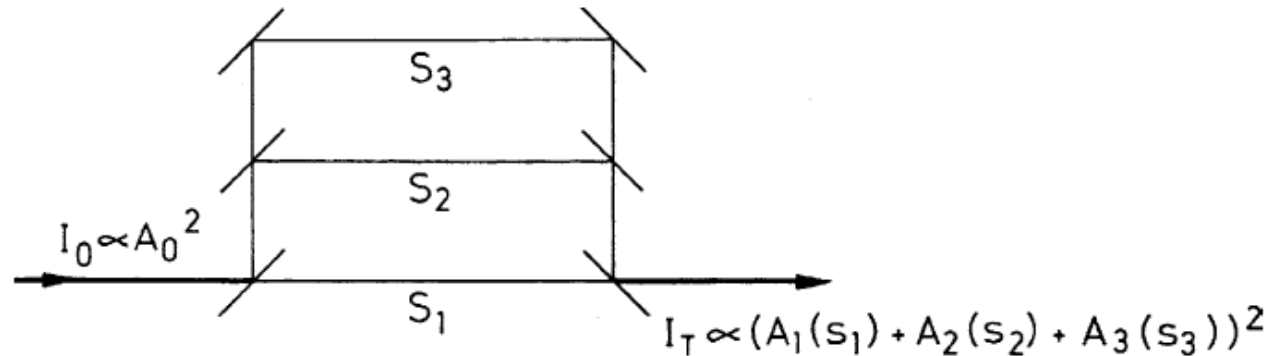
$$m \lambda_m = d \sin \beta$$

$$(m+1) \lambda_{m_1} = d \sin \beta ; \quad (m+2) \lambda_{m_2} = d \sin \beta ; \text{ itd.}$$

Przedział dyspersji wynosi:

$$\delta \lambda = d \sin \beta \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{m+1} \right) = \frac{d \sin \beta}{m(m+1)}$$

Interferometr



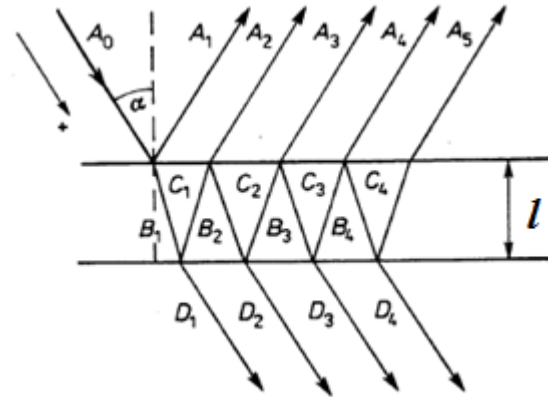
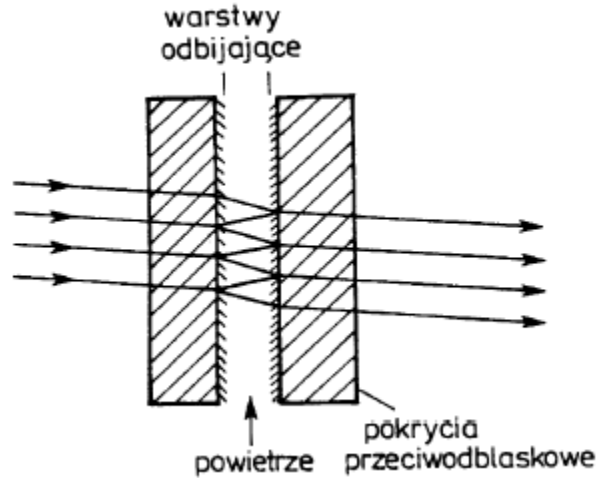
- Pomiar kształtów linii widmowych absorpcyjnych i emisyjnych;
kontrola długości fali lasera;
- Zmniejszanie szerokości widmowej światła laserowego.

Wypadkowa amplituda fali wychodzącej, będąc $\Phi_k = \Phi_0 + 2\pi S_k / \lambda$ zystkich fal składowych, zależy od ich amplitud A_k i faz

Maksymalne natężenie:

$$\Delta S_{ik} = m\lambda$$

Interferometr Fabry-Perrot

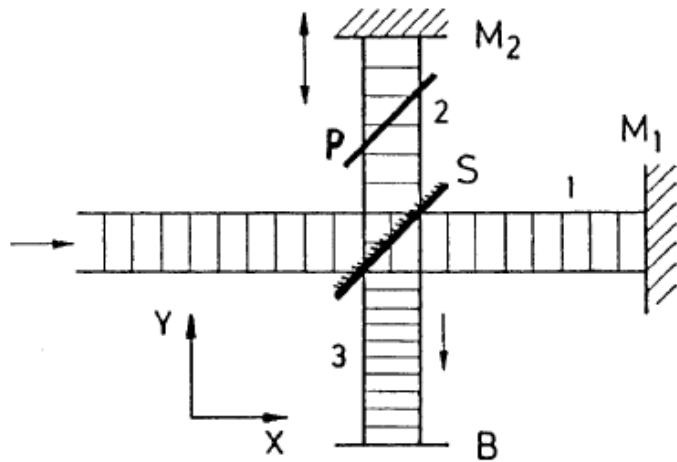


Różnica faz $\Delta\Phi$ między sąsiednimi wiązkami:

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2z = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{2l}{\cos\Phi}$$

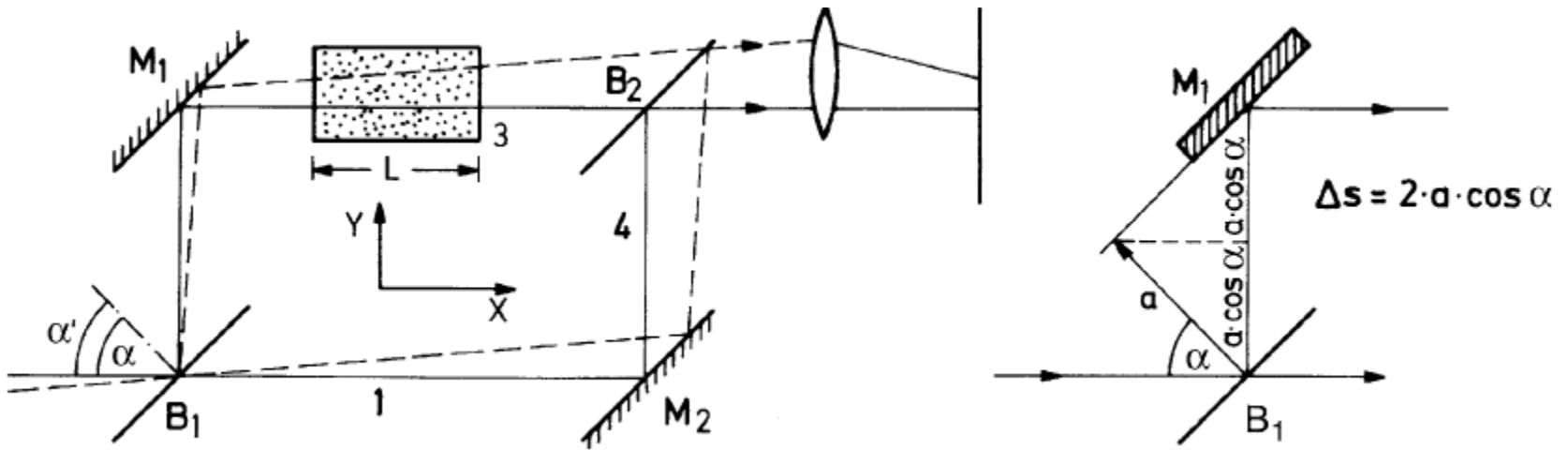
Maksima, gdy $\Delta\Phi = 2\pi m$

$$\frac{2l}{\cos\Phi} = m\lambda$$

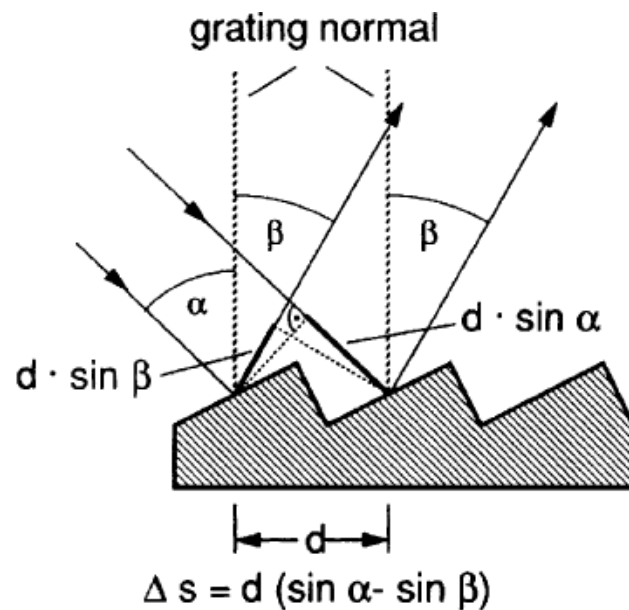
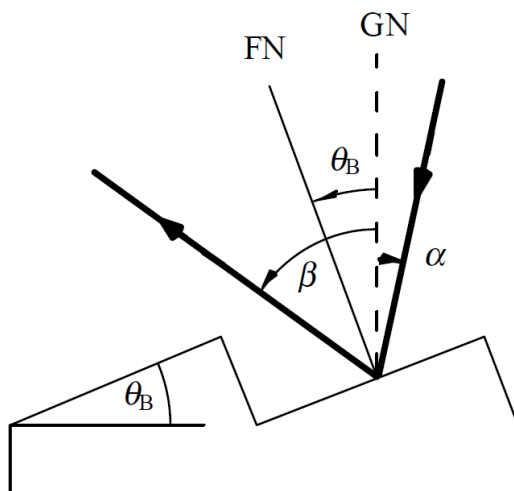


Interferometr Michelsona

Interferometr Macha-Zehndera



Spektrometr siatkowy



Ilustracja kąta rozbłysku

Optymalny $R(\theta, \beta)$

$$i = r$$

$$\theta = (\alpha - \beta)/2$$

$$d(\sin \alpha \pm \sin \beta) = m\lambda$$

$$m\lambda = 2d \sin \theta_B,$$